

# SURFACES DE RIEMANN

## TD n° 3

*Thèmes : Faisceaux, cohomologie, fibrés, diviseurs.*

### Exercice 1

Soit  $X$  une surface de Riemann.

1. Montrer que  $\mathcal{O}_X$  est le faisceau des sections associé au fibré en droites trivial. Qu'en est-il de  $\mathcal{O}_X^{\oplus n}$ ?
2. Montrer que la donnée d'une forme différentielle holomorphe sur  $X$  est la même chose qu'une section de  $\Omega_X^1$ .
3. Qu'est-ce qu'une section méromorphe du fibré en droites trivial sur  $X$ ?

### Exercice 2

Soit  $X = \mathbb{C}/\Lambda$  un tore complexe de dimension 1. Calculer  $H_{\bar{\partial}}^{1,0}(X, \mathbb{C})$ .

### Exercice 3

1. Soit  $L$  un fibré en droites sur une surface de Riemann  $X$  admettant une section holomorphe  $s$  telle que  $\forall x \in X, s(x) \neq 0$ . Montrer que  $L$  est trivial.
2. Le résultat est-il vrai pour des fibrés vectoriels de rang supérieurs?

### Exercice 4

Montrer que deux points sur  $\mathbb{P}^1$  induisent deux diviseurs linéairement équivalents.